

### 0.0.1 60. Hausaufgabe

#### Buch Seite 164, Aufgabe 22c mit $W_f$ und Graph

Bestimme die Wertemengen der folgenden Funktion mit Hilfe der Extremwerte und des Verhaltens an Unendlichkeitsstellen sowie für  $x \rightarrow \pm\infty$ !

$$f: x \mapsto f(x) = \frac{x^2}{x^4 + 1}; \quad D_f = \mathbb{R};$$

$$f(x) \rightarrow 0 \text{ für } x \rightarrow \infty;$$

$$f'(x) = \frac{(x^4 + 1) \cdot 2x - x^2 \cdot 4x^3}{(x^4 + 1)^2} = \frac{2x^5 + 2x - 4x^5}{(x^4 + 1)^2} = \frac{-2x^5 + 2x}{(x^4 + 1)^2} = -2x \frac{x^4 - 1}{(x^4 + 1)^2};$$

Vorzeichenwechselanalyse gibt:

- $f$  ist sms in  $]-\infty, -1]$  und  $[0, 1]$ ;
- $f$  ist smf in  $]-1, 0[$  und  $]1, \infty[$ ;
- $P_{\text{HOP}}(-1, \frac{1}{2})$ ;
- $P_{\text{HOP}}(1, \frac{1}{2})$ ;
- $P_{\text{TIP}}(0, 0)$ ;

$$\Rightarrow W_f = [0, \frac{1}{2}];$$

