

0.0.1 60. Hausaufgabe

Buch Seite 164, Aufgabe 22c mit W_f und Graph

Bestimme die Wertemengen der folgenden Funktion mit Hilfe der Extremwerte und des Verhaltens an Unendlichkeitsstellen sowie für $x \rightarrow \pm\infty$!

$$f: x \mapsto f(x) = \frac{x^2}{x^4 + 1}; \quad D_f = \mathbb{R};$$

$f(x) \rightarrow 0$ für $x \rightarrow \infty$;

$$f'(x) = \frac{(x^4 + 1) \cdot 2x - x^2 \cdot 4x^3}{(x^4 + 1)^2} = \frac{2x^5 + 2x - 4x^5}{(x^4 + 1)^2} = \frac{-2x^5 + 2x}{(x^4 + 1)} = -2x \frac{x^4 - 1}{(x^4 + 1)^2};$$

Vorzeichenwechselanalyse gibt:

- f ist sms in $]-\infty, -1]$ und $[0, 1]$;
- f ist smf in $[-1, 0[$ und $]1, \infty[$;
- $P_{HOP}(-1, \frac{1}{2})$;
- $P_{HOP}(1, \frac{1}{2})$;
- $P_{TIP}(0, 0)$;

$$\Rightarrow W_f = [0, \frac{1}{2}];$$

