

Fraktale

Ingo Blechschmidt

11. Mai 2005

Inhalt

- 1 Was ist ein Fraktal?
- 2 Beispiele für Fraktale
 - KOCHsche Kurve
 - KOCHsche Schneeflocke
 - SIERPINSKI-Teppich
 - MENGER-Schwamm
- 3 Apfelmännchen
 - Berechnung
- 4 Quellen

Was ist ein Fraktal?

- Bezeichnung für Gebilde mit einem hohen Grad von Skaleninvarianz bzw. Selbstähnlichkeit

Skaleninvarianz

„Vergrößerung oder Verkleinerung verändern nicht das Aussehen.“

Selbstähnlichkeit

„Bei Vergrößerung sieht man ähnliche Strukturen wie ohne Vergrößerung.“

KOCHsche Kurve

Allgemeines

- Entdecker: Helge von Koch (1904)
- „Monsterkurve“

Eigenschaften

- Überall stetig, aber nirgends differenzierbar
- Unbegrenzte Länge
- Streng selbstähnlich

KOCHsche Kurve

Allgemeines

- Entdecker: Helge von Koch (1904)
- „Monsterkurve“

Eigenschaften

- Überall stetig, aber nirgends differenzierbar
- Unbegrenzte Länge
- Streng selbstähnlich

KOCHsche Schneeflocke

- Aneinandersetzung dreier KOCHscher Kurven:
KOCHsche Schneeflocke
- Unbegrenzter Umfang
- Endliche Fläche

SIERPINSKI-Teppich

- Entdecker: Waclaw Sierpiński
- Kein Flächeninhalt

MENGER-Schwamm

- Entdecker: Karl Menger (1927)
- Übertragung des SIERPINSKI-Teppichs auf einen Würfel
- Kein Volumen
- Unendliche Oberfläche

Apfelmännchen – Mandelbrotmenge

- Benoît B. Mandelbrot (1980)
- Selbstähnlich, aber nicht streng selbstähnlich
- Unendlich viele Satelliten

Apfelmännchen – Berechnung

$$z_i, c \in \mathbb{C};$$

$$z_0 = 0;$$

$$z_1 = z_0^2 + c;$$

$$z_2 = z_1^2 + c;$$

$$z_3 = z_2^2 + c;$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$z_{n+1} = z_n^2 + c;$$

Apfelmännchen – Berechnung

$$z_i, c \in \mathbb{C};$$

$$z_0 = 0;$$

$$z_1 = z_0^2 + c;$$

$$z_2 = z_1^2 + c;$$

$$z_3 = z_2^2 + c;$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$z_{n+1} = z_n^2 + c;$$

Apfelmännchen – Berechnung

$$z_i, c \in \mathbb{C};$$

$$z_0 = 0;$$

$$z_1 = z_0^2 + c;$$

$$z_2 = z_1^2 + c;$$

$$z_3 = z_2^2 + c;$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$z_{n+1} = z_n^2 + c;$$

Quellen

- <http://de.wikipedia.org/wiki/Fraktal>
- <http://de.wikipedia.org/wiki/Koch-Kurve>
- <http://de.wikipedia.org/wiki/Sierpinski-Teppich>
- <http://de.wikipedia.org/wiki/Menger-Schwamm>
- <http://de.wikipedia.org/wiki/Mandelbrot-Menge>
- <http://en.wikipedia.org/wiki/Buddhabrot>
- <http://cs.marlboro.edu/code/perl/fractals/>