13.12.2006

0.1 124. Hausaufgabe

0.1.1 Geometrie-Buch Seite 271, Aufgabe 15

Die Punkte $P(13, -6, 6)$ und P' seien symmetrisch bezüglich der Ebene $E\colon 7x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 7 = 0$. Berechne P'.

HNF von E: $HT_E(X) = \frac{1}{9}\left(7x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 7\right) = 0;$

$d(P, E) = |HT_E(P)| = \left|\frac{44}{3}\right|;$

$\vec{P}' = \vec{P} - 2\vec{n}^0 \cdot d(P, E) = \frac{1}{27}\begin{pmatrix}-265\\190\\-190\end{pmatrix};$

0.1.2 Geometrie-Buch Seite 284, Aufgabe 1

K sei Kugel um $M(3, 6, 2)$ mit Radius 7.

Welche der folgenden Punkte liegen in, auf oder außerhalb der Kugel?

$A(5, 9, 6);\quad d(A, K) = 7;$
$\rightarrow A$ liegt auf der Kugel

$B(-1, 0, 0);\quad d(B, K) = 2\sqrt{14};$
$\rightarrow B$ liegt außerhalb der Kugel

$C(0, 0, 0);\quad d(C, K) = 7;$
$\rightarrow C$ liegt auf der Kugel

$D(1, 1, 1);\quad d(D, K) = \sqrt{30};$
$\rightarrow D$ liegt innerhalb der Kugel

$E(3, 6, 2);\quad d(E, K) = 0;$
$\rightarrow E$ liegt innerhalb der Kugel

$F(3, 6, -5);\quad d(F, K) = 7;$
$\rightarrow F$ liegt auf der Kugel

$G(0, 0, 4);\quad d(G, K) = 7;$
$\rightarrow G$ liegt auf der Kugel

0.1.3 Geometrie-Buch Seite 284, Aufgabe 2

Stelle die Gleichung der Kugel um den Ursprung auf, die

a) den Radius $\sqrt{17}$ hat.

$$\left|\vec{X}\right| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = \sqrt{17};$$

b) durch $P(3, 4, -12)$ geht.

$$d(O, P) = 13;$$

$$\left|\vec{X}\right| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = 13;$$

c) die Ebene $E\colon 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 49$ berührt.

$$d(O, E) = |HT_E(O)| = 7;$$

$$\left|\vec{X}\right| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = 7;$$

d) die Gerade durch $P(11, 0, 11)$ und $Q(20, -6, 13)$ berührt.

$$g\colon \vec{X} = \vec{P} + \lambda\overrightarrow{PQ} = \left(\begin{smallmatrix}11\\0\\1\end{smallmatrix}\right) + \lambda\left(\begin{smallmatrix}9\\-6\\2\end{smallmatrix}\right);$$

$$\overrightarrow{OX(\lambda)} \cdot \overrightarrow{PQ} = \vec{X}(\lambda) \cdot \left(\begin{smallmatrix}9\\-6\\2\end{smallmatrix}\right) = 101 + 121\lambda \stackrel{!}{=} 0; \Leftrightarrow \lambda = -\tfrac{101}{121};$$

$$\vec{F} = \vec{X}(\lambda) = \tfrac{1}{121}\left(\begin{smallmatrix}422\\606\\-81\end{smallmatrix}\right);$$

$$d(O, F) = \tfrac{1}{11}\sqrt{4561};$$

$$\left|\vec{X}\right| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = \tfrac{1}{11}\sqrt{4561};$$