25.10.2005

## 0.1 16. Hausaufgabe

### 0.1.1 Analysis-Buch Seite 72, Aufgabe 68

$\mathrm{f}_a(x) = \frac{1}{4}(ax-5)^2; \quad D_{\mathrm{f}_a} = \mathbb{R}; \quad a \in \mathbb{R};$

Jede Scharkurve schließt mit den Randgeraden des Streifens $0 \leq x \leq 5$ und der $x$-Achse eine Fläche ein. Bestimme $a$ so, dass der Inhalt am kleinsten ist (mit Nachweis des Minimums).

$\forall x \in D_{\mathrm{f}_a} : \mathrm{f}_a(x) \geq 0;$

$\Rightarrow \mathrm{A}(a) = \int\limits_0^5 \mathrm{f}(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{4}\left[\frac{a^2}{3}x^3 - 5ax^2 + 25x\right]_0^5 = \frac{1}{4}\left(\frac{a^2}{3}125 - 125a + 125\right);$

$\Rightarrow \mathrm{A}'(a) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}a}\mathrm{A}(a) = \frac{1}{4}\left(\frac{250}{3}a - 125\right);$

$\Rightarrow \mathrm{A}'(a_0) = 0; \Rightarrow a_0 = \frac{3}{2};$ (VZW von $\mathrm{A}'$ bei $\frac{3}{2}$ von $-$ nach $+$)

### 0.1.2 Analysis-Buch Seite 72, Aufgabe 70

$\mathrm{f}_a(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + a; \quad D_{\mathrm{f}} = \mathbb{R}; \quad a \in \mathbb{R};$

Bestimme $a$ so, dass $G_{\mathrm{f}_a}$ durch $(3, -\frac{7}{3})$ geht. Berechne für dieses $a$ den Inhalt des Flächenstücks im 1. und 4. Quadranten, das die Gerade $\mathrm{g}(x) = \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ und $G_{\mathrm{f}_a}$ umschließen.

$\mathrm{f}_{a_0}(3) = -\frac{7}{3}; \Rightarrow a_0 = \frac{2}{3};$

$\mathrm{f}_{a_0}(x) = \mathrm{g}(x); \Rightarrow x_1 = -4; \quad x_2 = 0; \quad x_3 = 4;$

$\int\limits_0^4 \mathrm{g}(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_0^4 \mathrm{f}_{a_0}(x)\,\mathrm{d}x = \frac{64}{3};$