

## 0.1 55. Hausaufgabe

### 0.1.1 Stochastik-Buch Seite 150, Aufgabe 30

Aus einer Sterbetafel kann man ausgehend von einer großen Anzahl  $N(x)$  von  $x$ -jährigen Personen die Anzahl  $N(y)$  der davon im Alter von  $y$  noch lebenden Personen entnehmen. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte  $x$ -jährige Person das Alter  $y$  erreicht, ist  $N(y) : N(x)$ .

Die folgende Tabelle zeigt einen Auszug aus einer Sterbetafel:

Alter	Überlebende
0	100 000
30	82 577
40	79 412
50	74 152

Unter geeigneten Annahmen über die Unabhängigkeit berechne man die Wahrscheinlichkeit, dass von zwei Personen mit 30 bzw. 40 Jahren nach 10 Jahren...

**a)** ...beide noch leben.

$$\frac{N(40)}{N(30)} \cdot \frac{N(50)}{N(40)} = \frac{N(50)}{N(30)} \approx 89,8 \%;$$

**b)** ...mindestens eine noch lebt.

$$1 - \left(1 - \frac{N(40)}{N(30)}\right) \left(1 - \frac{N(50)}{N(40)}\right) \approx 99,7 \%;$$

**c)** ...höchstens eine noch lebt.

$$1 - \frac{N(40)}{N(30)} \cdot \frac{N(50)}{N(40)} \approx 10,2 \%;$$

**d)** ...keine mehr lebt.

$$\left(1 - \frac{N(40)}{N(30)}\right) \left(1 - \frac{N(50)}{N(40)}\right) \approx 0,3 \%;$$

**e)** ...genau eine noch lebt.

$$\frac{N(40)}{N(30)} \left(1 - \frac{N(50)}{N(40)}\right) + \left(1 - \frac{N(40)}{N(30)}\right) \frac{N(50)}{N(40)} \approx 9,9 \%;$$

### 0.1.2 Stochastik-Buch Seite 150, Aufgabe 31

Ein Gerät werde aus 35 Komponenten montiert. Sobald eine Komponente defekt ist, fällt das Gerät aus. Bei den Komponenten handelt es sich teils um Zulieferteile und teils um selbst hergestellte Zwischenprodukte. Die Zulieferteile haben erfahrungsgemäß einen Ausschussanteil von 1 % und die selbst hergestellten Teil von 0,1 %. Das Gerät enthält zehn Zulieferteile. Die restlichen Komponenten werden selbst gefertigt.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ein funktionsfähiges Gerät zu montieren?

$$(1 - 1\%)^{10} (1 - 0,1\%)^{35-10} \approx 88,2\%;$$

- b) Wie groß ist der Anteil der Geräte, die aufgrund mindestens eines fehlerhaften Zulieferteils defekt sind?

$$1 - (1 - 1\%)^{10} \approx 9,6\%;$$

- c) Ist das Qualitätsziel „99 % fehlerfreie Geräte vor Endprüfung“ zu erreichen, wenn das Qualitätsniveau der Zulieferteile auf das der selbst produzierten Teile erhöht wird?

$$(1 - 0,1\%)^{35} \approx 96,6\% < 99\%;$$

- d) Mit welchem Ausschussanteil der Komponenten kann das Qualitätsziel erreicht werden? (Der Ausschussanteil der Zulieferteile und der selbst hergestellten Teile soll gleich groß sein.)

$$(1 - x)^{35} \geq 99\%; \Rightarrow x \geq 1 - \sqrt[35]{99\%} \approx 0,029\%;$$

### 0.1.3 Stochastik-Buch Seite 150, Aufgabe 32

Ein Gerät bestehe aus drei Bauteilen  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ . Es sei funktionsfähig, wenn das Teil  $T_1$  störungsfrei arbeitet oder die beiden Teile  $T_2$  und  $T_3$  zusammen.

- a) Zeichnen Sie das Schaltbild.

Parallelschaltung, bestehend aus  $T_1$  in einem Ast und einer Reihenschaltung aus  $T_2$  und  $T_3$  im anderen Ast.

- b)** Mit welcher Wahrscheinlichkeit funktioniert das Gerät, wenn die Bauteile mit den Wahrscheinlichkeiten  $p_1 = 0,7$ ,  $p_2 = p_3 = 0,8$  intakt sind?

$$p_1(1-p_2)(1-p_3) + p_1(1-p_2)p_3 + p_1p_2(1-p_3) + (1-p_1)p_2p_3 + p_1p_2p_3 = p_1 + (1-p_1)p_2p_3 = 89,2\%$$