

0.1 92. Hausaufgabe

0.1.1 Stochastik-Buch Seite 185, Aufgabe 6

X sei die Anzahl der K beim viermaligen unabhängigen Werfen einer Laplace-Münze.

a) Berechnen Sie $E(X)$.

$$E(X) = \sum_{n=0}^4 n \cdot \frac{\binom{4}{n}}{16} = 2 = 4E(X_i) = 4 \cdot \left(0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2}\right);$$

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von $Y = X - E(X)$ und berechnen Sie $E(Y)$.

x	0	1	2	3	4
y	-2	-1	0	1	2
$16 P(Y = y)$	$\binom{4}{0}$	$\binom{4}{1}$	$\binom{4}{2}$	$\binom{4}{3}$	$\binom{4}{4}$

$$E(Y) = E(X - E(X)) = E(X) - E(E(X)) = E(X) - E(X) = 0;$$

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von $Z = (X - E(X))^2$ und berechnen Sie $E(Z)$.

$$E(Z) = \frac{1}{16} \left[4 \cdot 2 \cdot \binom{4}{0} + 1 \cdot 2 \cdot \binom{4}{1} + 0 \cdot \binom{4}{2} \right] = 1;$$

0.1.2 Stochastik-Buch Seite 185, Aufgabe 7

Ein amerikanisches Roulette-Rad hat 38 Felder, von denen 18 rot, 18 schwarz und 2 grün sind. Jemand setzt einen Euro auf Rot. Er kann dabei einen Euro gewinnen oder verlieren. Zeigen Sie, dass der zu erwartende Verlust pro Spiel rund 5,3 ¢ beträgt.

$$E(V) = -1 \text{ €} \cdot \frac{18}{38} + 1 \text{ €} \cdot \frac{18+2}{38} \approx 5,3 \text{ ¢}.$$

0.1.3 Stochastik-Buch Seite 185, Aufgabe 9

Beim Würfelspiel „Zwei zu Eins“ (Aufgabe 25 in 9) ist die Gewinnwahrscheinlichkeit $\frac{11}{27}$. Wie groß müsste die Gewinnauszahlung beim Einsatz eines Euro sein bei einem fairen Spiel?

$$E(X) = \frac{11}{27} \cdot A + \frac{16}{27} \cdot -1 \text{ €} = 0 \text{ €};$$

$$A = \frac{16}{27} \cdot \frac{27}{11} \cdot 1 \text{ €} = \frac{16}{11} \text{ €};$$

Ausschüttung = 1 € + A; (fares Spiel $\Leftrightarrow E(\text{Ausschüttung}) = \text{Einsatz}$)

0.1.4 Stochastik-Buch Seite 185, Aufgabe 11

Eine Lotterie verkauft 10000 Lose zu je 2 €. Drei Lose gewinnen je 2000 €, fünf Lose je 1000 € und 10 Lose je 500 €. Wie groß ist der erwartete Verlust des Lotteriespielers?

$$E(X) = \frac{1}{10000} [3 \cdot (-1998 \text{ €}) + 5 \cdot (-998 \text{ €}) + 10 \cdot (-498 \text{ €}) + (10000 - 3 - 5 - 10) \cdot 2 \text{ €}] =$$

$$\frac{10000 \cdot 2 \text{ €} - 3 \cdot 2000 \text{ €} - 5 \cdot 1000 \text{ €} - 10 \cdot 500 \text{ €}}{10000} = 40 \text{ ¢}; \quad 19.09.2006$$

„wie tief geht die eigene Schizophrenie?“