

0.1 120. Hausaufgabe

0.1.1 Berechnung einiger Impulse von eingesperrten „Teilchen“

$$E = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} = \frac{h^2}{8ma^2} \cdot n^2; \Leftrightarrow p^2 = \frac{h^2}{4a^2} \cdot n^2; \quad p \sim n;$$

Potenzialtopfbreite für Zahlenwerte: $a = 0,1 \text{ nm}$;

- Impulse im Grundzustand $n = 1$:

$$p \approx \pm 3,3 \cdot 10^{-24} \text{ Ns} = 3,3 \text{ yNs};$$

- Impulse für $n = 2$:

$$p \approx \pm 6,6 \cdot 10^{-24} \text{ Ns} = 6,6 \text{ yNs};$$

- Impulse für $n = 3$:

$$p \approx \pm 9,9 \cdot 10^{-24} \text{ Ns} = 9,9 \text{ yNs};$$

Die Summe der Impulse ist jeweils 0 Ns ;

0.1.2 Fragen und Antworten zum Modell des unendlich hohen Potenzialtopfes

B. S. 414f.: Einführung in das Modell

- **Frage:** Kann die Quantenzahl n , also die Anzahl der Bäuche der stehenden Welle, beliebig groß werden?

Antwort: Im idealisierten Modell des unendlich hohen Potenzialtopfes ist das in der Tat der Fall. Interessanterweise kann man die Brücke zum Makrokosmos über sehr große Quantenzahlen schlagen; das Stichwort ist hierbei „Korrespondenzprinzip“.

- **Frage:** Wovon hängt die Stabilität eines Zustands ab?

Antwort: In der Schule klären wir diese Frage nicht; wir betrachten nur reine Zustände scharfer Wellenlänge und Energie. Allgemein spricht man von der Lebensdauer eines Zustands, die eine Unschärferelation $\Delta E \Delta t \geq c$ erfüllen muss.

- **Frage:** Wieso muss er zur Ausbildung stehender Wellen kommen? Allein die Bedingung, dass die Manifestationswahrscheinlichkeit an den Rändern (und außerhalb des Potenzialtopfes) Null sein muss, bedingt das nicht.

Antwort: In der Schule fügen wir noch die Bedingung scharfer Energien hinzu. In diesem Fall müssen sich dann stehende Wellen ausbilden.

- **Frage:** Der Metzler setzt die Gesamtenergie E mit der kinetischen Energie E_{kin} gleich. Ist das zulässig? Darf man die potenzielle Energie auf 0 J festlegen? Darf man andere Energieformen unterschlagen?

Antwort: In der Tat ist es eigentlich noch viel komplizierter. Wichtig dabei ist die Temperatur, die auf eine bestimmte Art und Weise ein Maß für die Überlagerung verschiedener Zustände ist. Wir operieren am absoluten Nullpunkt, was einige Überlegungen vereinfacht.

B. S. 414f.: An- und Abregung

- **Frage:** Wovon gibt E_n die Energie an?

Antwort: Der Energiebegriff ist nur im Kontext eines Systems sinnvoll: Was ist richtig? Verlieren Häuser im Winter Wärme oder geben sie sie an die Umgebung ab?

Insofern gibt E_n die Energie des Elektroniums im System des unendlich hohen Potenzialtopfes an. Wichtig ist außerdem, dass der Metzler in vielen Fällen die Energie des Atoms mit der des Elektrons gleichsetzt.

- **Frage:** Ist es möglich, bei der An- und Abregung Zwischenzustände zu „überspringen“, also beispielsweise von $n = 2$ gleich nach $n = 5$ anzuregen?

Antwort: Grundsätzlich ja. Da aber mit jedem Zustand auch ein Drehimpuls verknüpft ist, der bei der An- und Abregung ebenfalls übertragen werden muss, gibt es wohl Fälle, bei denen ein Überspringen nicht möglich ist. Stichwort ist die „Ausweichregel“, die vielleicht aus der Chemie bekannt ist.

- **Frage:** Verändert sich die Wellenfunktion während einer An- oder Abregung stetig oder sprunghaft?

Antwort: Sie verändert sich stetig. Die Universität Karlsruhe zeigt auf »<http://www.hydrogenlab.de/>« Animationen und Bilder mit dem provokanten Titel „So sehen Atome aus!“, die verschiedene Zustände und Übergänge illustrieren.

B. S. 416: Einfachbindung

- **Frage:** Der Metzler spricht bei der Erklärung der Einfachbindung von sich aufeinander zu bewegendenden Elektronen. Ist diese Sprechweise zulässig?

Antwort: Sie ist nur zulässig, wenn man genau weiß, was eigentlich gemeint ist. Im Fall der Bindung zweier Wasserstoffatome kann man sich Elektronium mit einer Ladung von $2e$, also der doppelten Elementarladung, vorstellen.

Dies ermöglicht es, dass es zwei mögliche Manifestationsorte gibt – anschaulich aus dem Chemieunterricht bekannt entspricht diese Fähigkeit den zwei unterscheidbaren Kügelchen der beiden Atome.

Mathematisch gibt es einige Probleme, wenn man versucht, die Einfachbindung so zu modellieren, wie es der Metzler gemacht hat. Man spricht dann von Zweiteilchensystemen, deren eingehendere Betrachtung leider für die Schule zu kompliziert ist.

Vergleichbar ist die Situation damit, den „Zweiwürfelwurf“ alleine mit dem Wissen des Einwürfelwurfs zu beschreiben, obwohl sich der Einwürfelwurf stark vom Zweiwürfelwurf unterscheidet: Beim Einwürfelwurf ist jede Augenzahl gleich wahrscheinlich, beim Zweiwürfelwurf dagegen gibt es Augensummen, die wahrscheinlicher sind als andere.

Der Metzler versucht, den „Zweiwürfelwurf“ nur anhand der Bilder des Einwürfelwurfs zu erklären, was zwar möglich ist, aber große Verrenkungen mit sich zieht.

B. S. 417: Farbstoffmoleküle

- **Frage:** Was passiert mit den durch das einfallende Licht angeregten Farbstoffmolekülen? Da nur der Grundzustand stabil ist, müsste doch die Energie wieder abgegeben werden – aber wieso wird trotzdem ein Teil des Spektrums ausgeblendet?

Antwort: In der Tat wird die Energie wieder abgegeben, und zwar auch wieder in Form elektromagnetischer Strahlung. Allerdings erfolgt die Emission nicht wie in der Frage implizit unterstellt in genau der Richtung wie der des einfallenden Lichts, sondern in alle Raumrichtungen.

- **Frage:** Welche Elektronen der Farbstoffmoleküle sind von der Anregung betroffen?

Antwort: Nur die Valenzelektronen.

- **Frage:** Wieso wird dem Licht ein ganzes Spektrum, und nicht nur genau eine, diskrete Frequenz entnommen? Was passiert mit der „überschüssigen“ Energie im Fall der Absorption von Licht, das eigentlich eine zu hohe Energie (größer als $E_2 - E_1$) besitzt? Wie kann im Fall der Absorption von Licht, das eigentlich eine zu niedrige Energie (kleiner als $E_2 - E_1$) besitzt, trotzdem der angeregte Zustand erreicht werden?

Antwort: Was in der Frage nicht berücksichtigt ist, ist, dass es durchaus unscharfe Zustände gibt. Die genauere Betrachtung dieser Zustände würde die Fragen klären; wir betrachten aber nur scharfe Zustände.

Und ja, gäbe es tatsächlich nur scharfe Zustände, müsste dem Spektrum genau eine diskrete Frequenz entnommen werden.

Allgemeine Fragen

- **Frage:** Inwiefern ist $E = hf = hc/\lambda$ bei der Betrachtung des unendlich hohen Potenzialtopfes ein Problem?

Antwort: Das Problem liegt in der Bedeutung von f . Diese ist in diesem Kontext nämlich nicht absolut zu verstehen – absolut in dem Sinne „pro Sekunde werden so und so viele Schwingungen vollendet“ –, sondern relativ: f bezieht sich auf Schwebungsfrequenzen – „pro Sekunde verstummt das Signal so und so oft“.

Dabei spielt es keine Rolle, ob, beispielsweise, zwei Schwingungen der Frequenzen 440 Hz und 441 Hz, oder 1440 Hz und 1441 Hz überlagert werden.

Dies deckt sich auch damit, dass wir E_n , die absolute Energie eines Zustands, nicht messen können bzw., genauer, dass sie nicht messbar ist! Messbar sind nur Energiedifferenzen – An- und Abregungen. Messbar ist also nicht E , sondern nur ΔE .

- **Frage:** Sind die Werte der Wellenfunktion dimensionslos?

Antwort: Überraschenderweise sind die Werte in der Tat dimensionslos, obwohl der Wellenfunktion eine solch fundamentale Bedeutung zukommt.