

## 0.1 129. Hausaufgabe

### 0.1.1 Exzerpt von B. S. 153: Herleitung der Grundgleichung der kinetischen Gastheorie

Spricht man vom Druck eines Gases, so meint man den Druck des Gases auf die Wand, in der es eingeschlossen ist. Die Grundgleichung der kinetischen Gastheorie setzt diesen Druck mit anderen Größen in eine Beziehung:

$$pV = \frac{2}{3}N\overline{E_{\text{kin}}};$$

Zur Herleitung nimmt man an, dass sich das Gas so verhält, als ob es aus  $N$  Teilchen der Masse  $m$  bestünde.

Man beachtet nun den (elastischen) Stoß eines Teilchens mit der Wand. Dabei wird es reflektiert; die Wand nimmt also in  $i$ -Richtung  $\Delta p_i = 2mv_i$  auf – einmal, damit das Teilchen zur Ruhe kommt, und noch einmal, damit es sich in die Gegenrichtung bewegt.

In einem Zeitintervall  $\Delta t$  bewegen sich  $\frac{1}{2}\Delta N_i$  Teilchen auf eine bestimmte Wandfläche des Flächeninhalts  $A$  zu, wobei sich das zu  $\Delta N_i$  gehörige Volumen aus der Länge der Höhe,  $s_i = v_i\Delta t$ , und dem Flächeninhalt der Grundfläche ergibt. Der Faktor  $\frac{1}{2}$  tritt deswegen auf, weil sich nur die Hälfte der Teilchen „nach rechts“, die andere aber „nach links“ bewegt.

Setzt man eine homogene Verteilung der Teilchen auf das Gesamtvolumen voraus, ist also  $\Delta N_i/N = \Delta V/V$ , so ergibt sich  $\Delta N_i = NAv_i\Delta t/V$ .

Der sich bei dem Stoß der  $\frac{1}{2}\Delta N_i$  Teilchen ergebende Kraftstoß ist  $F_i\Delta t = \frac{1}{2}\Delta N_i \cdot \Delta p_i$ . Da wir  $\Delta N_i$  soeben hergeleitet haben, können wir jetzt  $\Delta N_i$  einsetzen.

Der Druck des Gases auf die eine bestimmte Wand ist der Mittelwert der Kraft  $F_i$  verteilt auf die Fläche mit Inhalt  $A$ :

$$p_i = \overline{F_i}/A = (N/V) m\overline{v_i^2};$$

Da man die Isotropie des Raums voraussetzt, also annimmt, dass keine Bewegungsrichtung bevorzugt wird, gilt:  $\overline{v_i^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$ .

Damit kann man den Gesamtdruck  $p = \frac{1}{3} (Nm) \overline{v^2}$  berechnen. Multipliziert man diese Gleichung mit  $V$ , so erhält man die Grundgleichung der kinetischen Gastheorie:

$$pV = \frac{2}{3} N \cdot \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{2}{3} N \overline{E_{\text{kin}}};$$

### 0.1.2 Fragen

- Wieso wirkt der Durchschnittsoperator  $\bar{\cdot}$  so, dass das Quadrat der Geschwindigkeitskomponente und nicht nur die Komponente allein betroffen ist?
- Wieso ist  $\overline{v \cdot v} = \overline{v^2}$ ?
- Wie kommt die BROWNsche Bewegung der Teilchen zustande, wenn sich die Teilchen gegenseitig nicht „sehen“, da sie als punktförmig modelliert werden?

(Benötigte Zeit: 98 min)