

Die wundersame Welt der unendlich großen Zahlen

Glaube in der Mathematik?

Königsrunner Campus

10. Mai 2017



Ingo Blechschmidt

Lehrstuhl für Algebra und Zahlentheorie an der Universität Augsburg

Gliederung

1 Ordinalzahlen

2 Kardinalzahlen

3 Erkenntnistheorie

Fragen sind während des gesamten Vortrags willkommen.

Bitte keinesfalls bis zum Ende aufsparen.

Vielen Dank dafür!

Teil I

Ordinalzahlen messen Anordnung



Teil I

Ordinalzahlen messen Anordnung



Teil II

Kardinalzahlen messen Anzahl



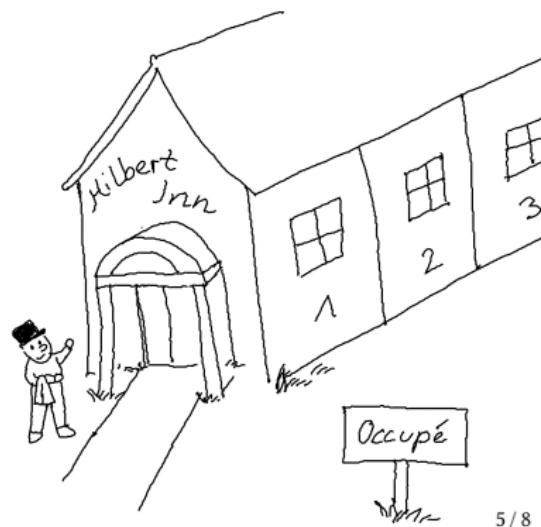
David Hilbert
* 1862
† 1943



Emmy Noether
* 1882
† 1935

Teil II

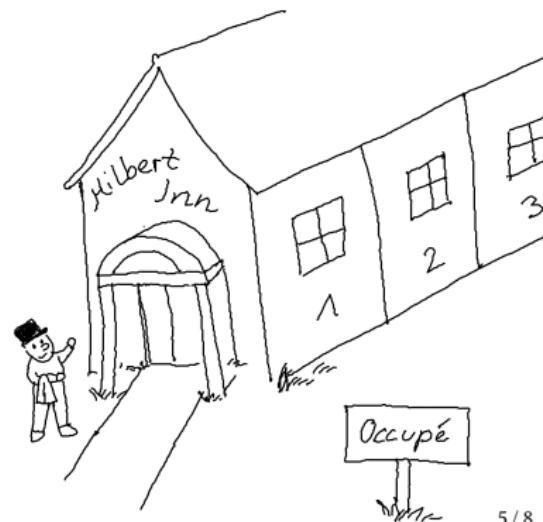
Kardinalzahlen messen Anzahl



Teil II

Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt \aleph_0 viele natürliche
Zahlen: 1, 2, 3, ...

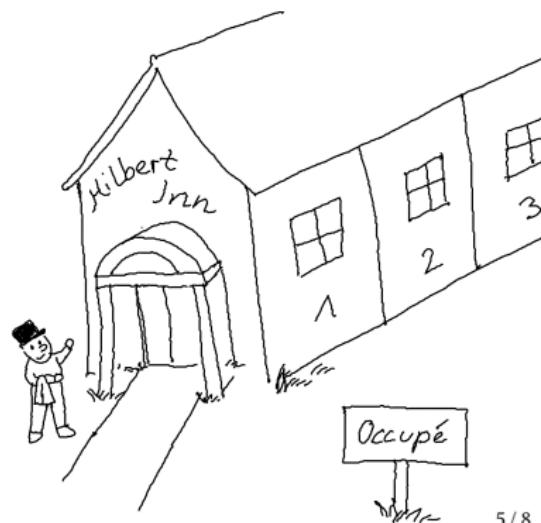


Teil II

Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt \aleph_0 viele natürliche
Zahlen: 1, 2, 3, ...

$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$



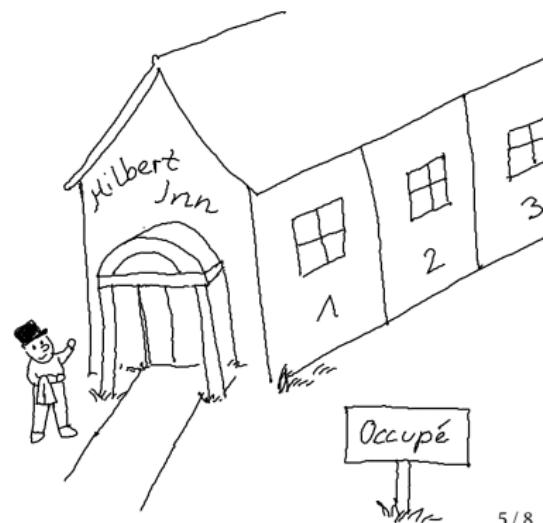
Teil II

Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt \aleph_0 viele natürliche Zahlen: 1, 2, 3, ...

$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$

$$\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$$



Größen wichtiger Mengen

- Es gibt \aleph_0 viele **natürliche Zahlen**.

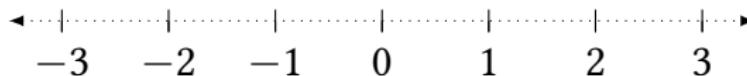


Größen wichtiger Mengen

- Es gibt \aleph_0 viele **natürliche Zahlen**.



- Es gibt auch nur \aleph_0 viele **ganze Zahlen**.

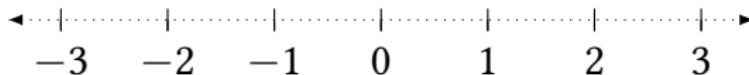


Größen wichtiger Mengen

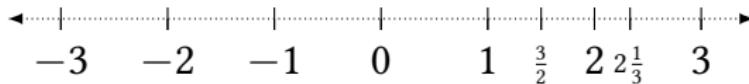
- Es gibt \aleph_0 viele **natürliche Zahlen**.



- Es gibt auch nur \aleph_0 viele **ganze Zahlen**.

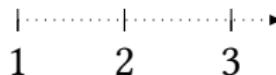


- Ebenso gibt es nur nur \aleph_0 viele **rationale Zahlen**.

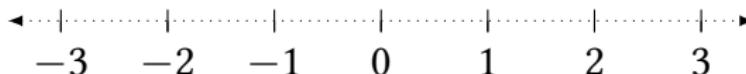


Größen wichtiger Mengen

- Es gibt \aleph_0 viele **natürliche Zahlen**.



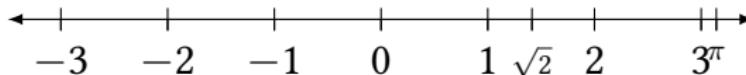
- Es gibt auch nur \aleph_0 viele **ganze Zahlen**.



- Ebenso gibt es nur nur \aleph_0 viele **rationale Zahlen**.

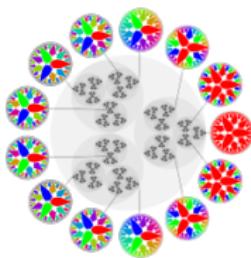


- Aber es gibt **mehr** reelle Zahlen: \mathfrak{c} viele.

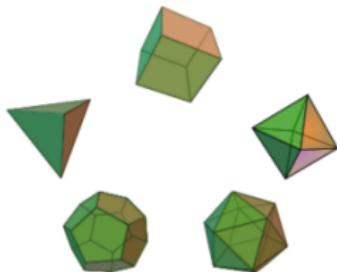


Teil III

Erkenntnistheorie



„Es gibt unendlich
viele Primzahlen.“

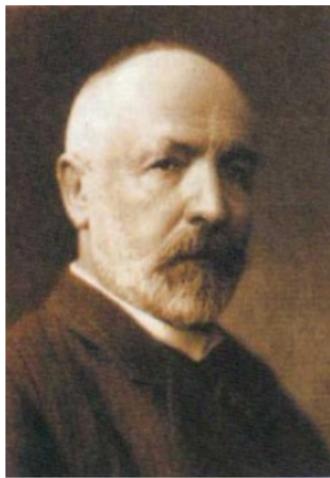


„Es gibt nur fünf
platonische Körper.“



„Der goldene Schnitt ist
die irrationalste Zahl.“

Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (* 1845, † 1918)

Gibt es eine
Zwischenstufe
zwischen \aleph_0 und \mathfrak{c} ?

Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (* 1845, † 1918)

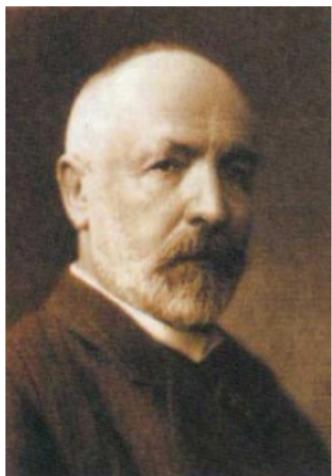


Kurt Gödel (* 1906, † 1978)

Gibt es eine
Zwischenstufe
zwischen \aleph_0 und \mathfrak{c} ?

Es gibt keinen
Beweis, dass es eine
Zwischenstufe gibt.

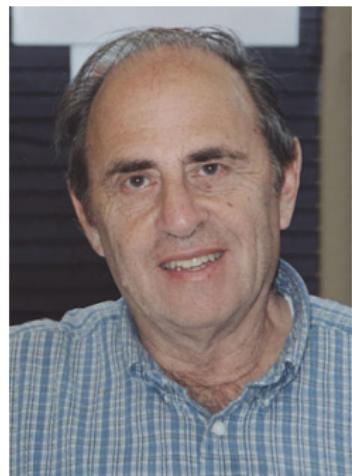
Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (* 1845, † 1918)



Kurt Gödel (* 1906, † 1978)



Paul Cohen (* 1934, † 2007)

Gibt es eine
Zwischenstufe
zwischen \aleph_0 und \mathfrak{c} ?

Es gibt keinen
Beweis, dass es eine
Zwischenstufe gibt.

Es gibt keinen
Beweis, dass es keine
Zwischenstufe gibt.

Abschluss

- Ordinalzahlen messen Anordnung. $\omega + 1 > \omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl. $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Fragen, deren Antwort bewiesenermaßen dauerhaft unkennbar ist.

Abschluss

- Ordinalzahlen messen Anordnung. $\omega + 1 > \omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl. $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Fragen, deren Antwort bewiesenermaßen dauerhaft unkennbar ist.

Weitere Termine in dieser Reihe:

- 11.10.: Das Verhältnis von Literatur und (Natur-)Wissenschaft
- 15.11.: Couchsurfing: Neue Freunde oder New Economy?



Mathecamp vom 19. bis 27. August in Violau