

Die wundersame Welt der unendlich großen Zahlen

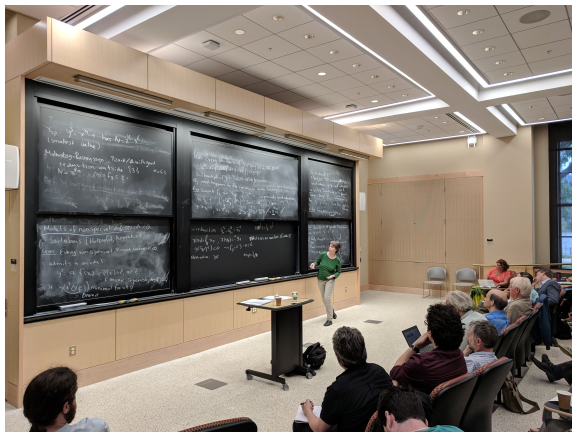
Glaube in der Mathematik?

Die Lange Nacht der Wissenschaft
16. Juli 2022



Ingo Blechschmidt
Lehrstuhl für Algebra und Zahlentheorie
Universität Augsburg

Fragen sind willkommen



Fragen sind während des gesamten Vortrags willkommen.
Bitte keinesfalls bis zum Ende aufsparen.
Vielen Dank dafür! ♥

Teil 0

Große Zahlen

300 000 Augsburger*innen

Teil 0

Große Zahlen

300 000 Augsburger*innen

$10^{19} = \underbrace{10\,000\,000\,000\,000\,000\,000}_{19 \text{ Nullen}}$ Sandkörner auf der Erde

Teil 0

Große Zahlen

300 000 Augsburger*innen

$10^{19} = \underbrace{10\,000\,000\,000\,000\,000\,000}_{19 \text{ Nullen}}$ Sandkörner auf der Erde

$10^{80} = \underbrace{1000 \dots 000}_{80 \text{ Nullen}}$ Elementarteilchen im Universum





6 000 Sterne





52! = 80 658 175 170 943 878 571 660

636 856 403 766 975 289 505 440

883 277 824 000 000 000 000 Sekunden

Teil I

Ordinalzahlen messen Anordnung



Teil II

Kardinalzahlen messen Anzahl



David Hilbert

* 1862

† 1943



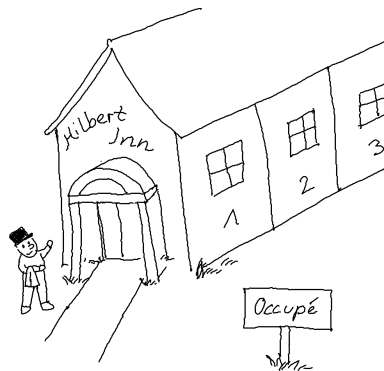
Emmy Noether

* 1882

† 1935

Teil II

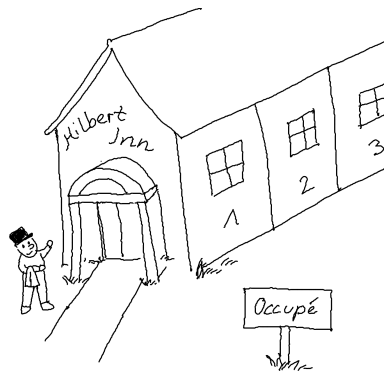
Kardinalzahlen messen Anzahl



Teil II

Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt \aleph_0 viele natürliche
Zahlen: 1, 2, 3, ...

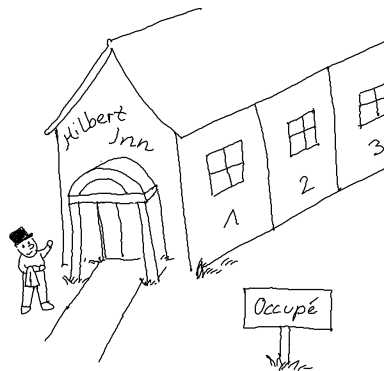


Teil II

Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt \aleph_0 viele natürliche
Zahlen: 1, 2, 3, ...

$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$



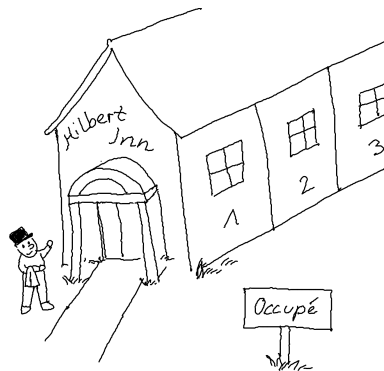
Teil II

Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt \aleph_0 viele natürliche
Zahlen: 1, 2, 3, ...

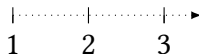
$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$

$$\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$$



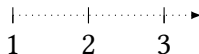
Größen wichtiger Mengen

- Es gibt \aleph_0 viele natürliche Zahlen.

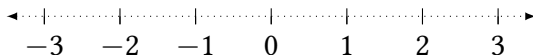


Größen wichtiger Mengen

- Es gibt \aleph_0 viele **natürliche Zahlen**.

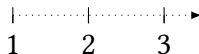


- Es gibt auch nur \aleph_0 viele **ganze Zahlen**.

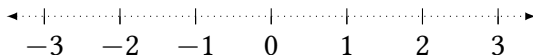


Größen wichtiger Mengen

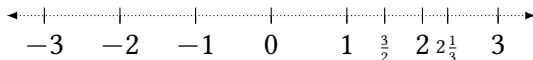
- Es gibt \aleph_0 viele **natürliche Zahlen**.



- Es gibt auch nur \aleph_0 viele **ganze Zahlen**.

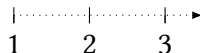


- Ebenso gibt es nur \aleph_0 viele **rationale Zahlen**.

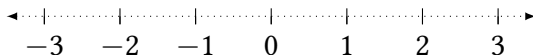


Größen wichtiger Mengen

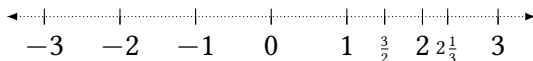
- Es gibt \aleph_0 viele **natürliche Zahlen**.



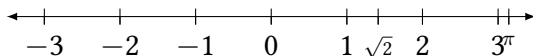
- Es gibt auch nur \aleph_0 viele **ganze Zahlen**.



- Ebenso gibt es nur \aleph_0 viele **rationale Zahlen**.

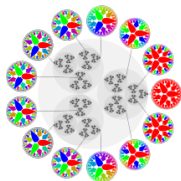


- Aber es gibt **mehr** reelle Zahlen: \mathfrak{c} viele.

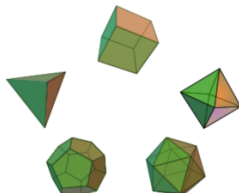


Teil III

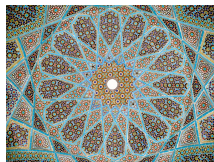
Erkenntnistheorie



„Es gibt unendlich viele Primzahlen.“

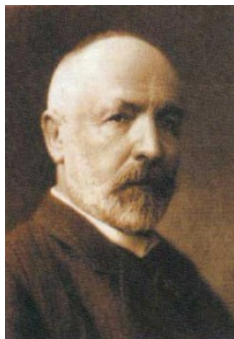


„Es gibt nur fünf platonische Körper.“



„Der goldene Schnitt ist eine irrationale Zahl.“

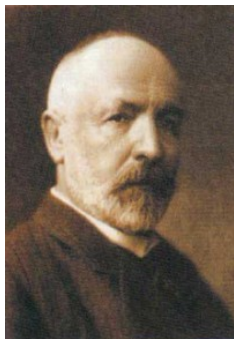
Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (* 1845, † 1918)

Gibt es eine
Zwischenstufe
zwischen \aleph_0 und \mathfrak{c} ?

Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (* 1845, † 1918)

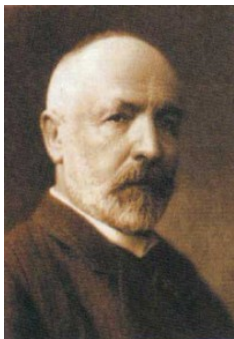
Gibt es eine
Zwischenstufe
zwischen \aleph_0 und \mathfrak{c} ?



Kurt Gödel (* 1906, † 1978)

Es gibt keinen
Beweis, dass es eine
Zwischenstufe gibt.

Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (* 1845, † 1918)

Gibt es eine
Zwischenstufe
zwischen \aleph_0 und \mathfrak{c} ?



Kurt Gödel (* 1906, † 1978)

Es gibt keinen
Beweis, dass es eine
Zwischenstufe gibt.



Paul Cohen (* 1934, † 2007)

Es gibt keinen
Beweis, dass es keine
Zwischenstufe gibt.

Abschluss

- Ordinalzahlen messen Anordnung. $\omega + 1 > \omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl. $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Fragen, deren Antwort bewiesenermaßen dauerhaft unkennbar ist.

Abschluss

- Ordinalzahlen messen Anordnung. $\omega + 1 > \omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl. $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Fragen, deren Antwort bewiesenermaßen dauerhaft unkennbar ist.