

# Die wundersame Welt der unendlich großen Zahlen

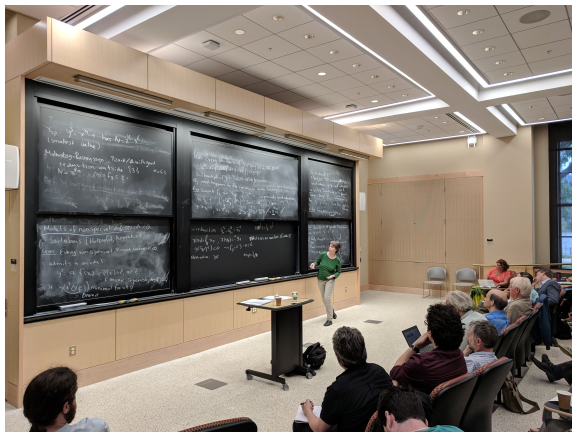
Glaube in der Mathematik?

Weihnachtsvorlesung  
21. Dezember 2022

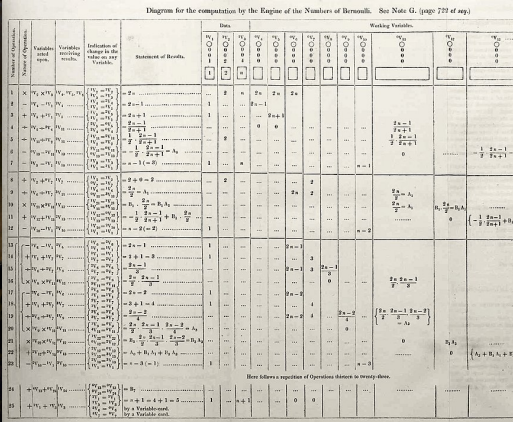


Ingo Blechschmidt

# Fragen sind willkommen



Fragen sind während des gesamten Vortrags willkommen.  
Bitte keinesfalls bis zum Ende aufsparen.  
Vielen Dank dafür! ♥



\* 1815 † 1852

# Teil 0

## Große Zahlen

300 000 Augsburger\*innen



# Teil 0

## Große Zahlen

300 000 Augsburger\*innen

$10^{19} = \underbrace{10\,000\,000\,000\,000\,000\,000}_{19 \text{ Nullen}}$  Sandkörner auf der Erde

# Teil 0

## Große Zahlen

300 000 Augsburger\*innen

$10^{19} = \underbrace{10\,000\,000\,000\,000\,000\,000}_{19 \text{ Nullen}}$  Sandkörner auf der Erde

$10^{80} = \underbrace{1000 \dots 000}_{80 \text{ Nullen}}$  Elementarteilchen im Universum






**6 000 Sterne**







A dramatic sunset over the ocean. The sky is filled with vibrant orange, yellow, and purple clouds. In the foreground, a large, dark rock formation with a sharp peak stands prominently. Several other smaller rock formations are visible in the distance. The ocean waves are breaking, creating white foam. The overall scene is serene and majestic.

$52! =$  80 658 175 170 943 878 571 660

636 856 403 766 975 289 505 440

883 277 824 000 000 000 000 Sekunden

# Teil I

## Ordinalzahlen messen Anordnung



# Teil II

## Kardinalzahlen messen Anzahl



David Hilbert

\* 1862

† 1943



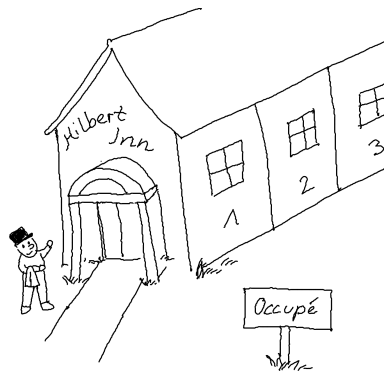
Emmy Noether

\* 1882

† 1935

# Teil II

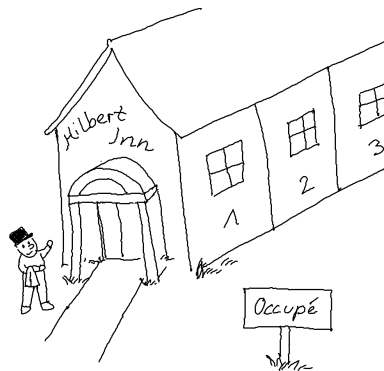
## Kardinalzahlen messen Anzahl



# Teil II

## Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche  
Zahlen: 1, 2, 3, ...



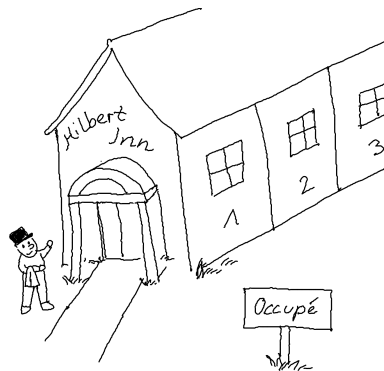


# Teil II

## Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche  
Zahlen: 1, 2, 3, ...

$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$



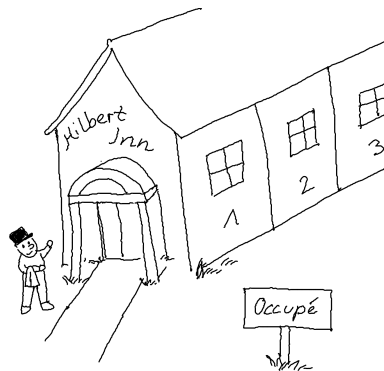
# Teil II

## Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche  
Zahlen: 1, 2, 3, ...

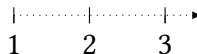
$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$

$$\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$$



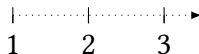
# Größen wichtiger Mengen

- Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche Zahlen.

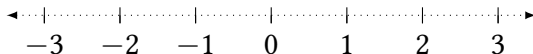


# Größen wichtiger Mengen

- Es gibt  $\aleph_0$  viele **natürliche Zahlen**.

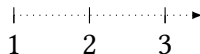


- Es gibt auch nur  $\aleph_0$  viele **ganze Zahlen**.

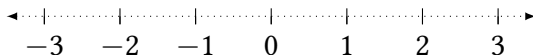


# Größen wichtiger Mengen

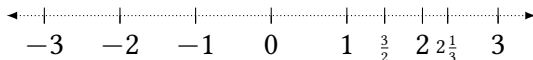
- Es gibt  $\aleph_0$  viele **natürliche Zahlen**.



- Es gibt auch nur  $\aleph_0$  viele **ganze Zahlen**.



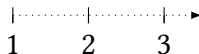
- Ebenso gibt es nur  $\aleph_0$  viele **rationale Zahlen**.



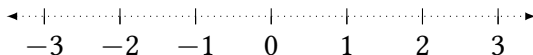


# Größen wichtiger Mengen

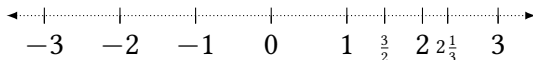
- Es gibt  $\aleph_0$  viele **natürliche Zahlen**.



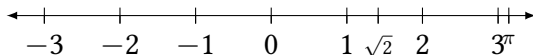
- Es gibt auch nur  $\aleph_0$  viele **ganze Zahlen**.



- Ebenso gibt es nur  $\aleph_0$  viele **rationale Zahlen**.

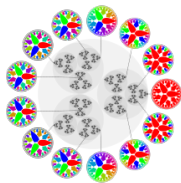


- Aber es gibt **mehr** reelle Zahlen:  $\mathfrak{c}$  viele.

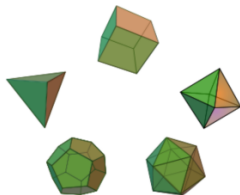


# Teil III

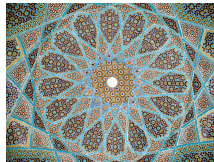
## Erkenntnistheorie



„Es gibt unendlich viele Primzahlen.“

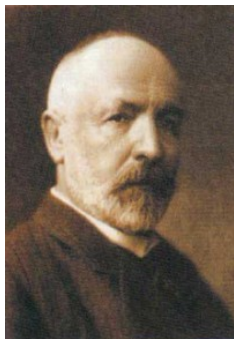


„Es gibt nur fünf platonische Körper.“



„Der goldene Schnitt ist eine irrationale Zahl.“

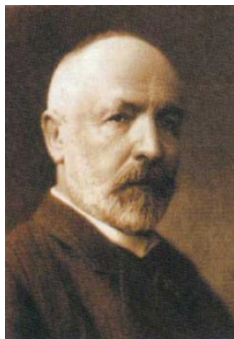
# Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (\* 1845, † 1918)

Gibt es eine  
Zwischenstufe  
zwischen  $\aleph_0$  und  $\mathfrak{c}$ ?

# Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (\* 1845, † 1918)

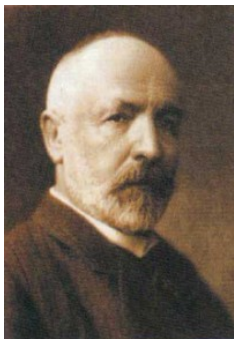
Gibt es eine  
Zwischenstufe  
zwischen  $\aleph_0$  und  $\mathfrak{c}$ ?



Kurt Gödel (\* 1906, † 1978)

Es gibt keinen  
Beweis, dass es eine  
Zwischenstufe gibt.

# Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (\* 1845, † 1918)

Gibt es eine  
Zwischenstufe  
zwischen  $\aleph_0$  und  $\mathfrak{c}$ ?



Kurt Gödel (\* 1906, † 1978)

Es gibt keinen  
Beweis, dass es eine  
Zwischenstufe gibt.

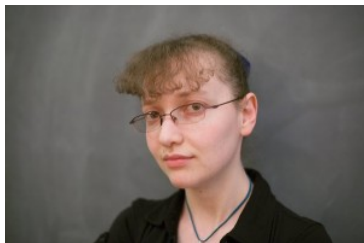


Paul Cohen (\* 1934, † 2007)

Es gibt keinen  
Beweis, dass es keine  
Zwischenstufe gibt.

# Abschluss

- Ordinalzahlen messen Anordnung.  $\omega + 1 > \omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl.  $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Fragen, deren Antwort bewiesenermaßen dauerhaft unkenntbar ist.



Pionierarbeit auf diesem Gebiet leistet die Mathematikerin Victoria Gitman.