

Kurzaufgaben zur Ringtheorie

... zu Beispielen für Ringe

Finde ein Beispiel für einen Ring, der...

1. ...genau ein Ideal besitzt.
2. ...genau zwei Ideale besitzt.
3. ...keinen Nullteiler besitzt.
4. ...genau einen Nullteiler besitzt.
5. ...nur invertierbare Elemente enthält.

... zu Isomorphismen von Ringen

Seien R und S Ringe (kommutativ und mit Eins). Finde (mit Beweis) einen Isomorphismus zwischen...

1. ...dem Faktoring $R/(0)$ und R selbst.
2. ...dem Faktoring $R/(1)$ und dem Nullring.
3. ...den Ringen $R \times S$ und $S \times R$.

... zu Idealeigenschaften

Sei R ein Ring (kommutativ und mit Eins). Zeige:

1. Genau dann ist R ein Integritätsbereich, wenn sein Nullideal ein Primideal ist.
2. Genau dann ist R ein Körper, wenn sein Nullideal ein maximales Ideal ist.

... zum Rechnen mit Idealen

Vereinfache folgende Ideale so weit wie möglich!

1. in \mathbb{Z} : $(9, 4, 101)$
2. in $\mathbb{Z}[X]$: $((X-2)(X-3), X-3)$
3. in $\mathbb{Z}[X]$: (X^3-2, X^4+1, X)
4. in $\mathbb{R}[X]$: $(15(X-3), 37(X^2-7X+12), 0)$