Universität Augsburg
Lehrstuhl für Algebra und Zahlentheorie
Prof. Marc Nieper-Wißkirchen

Sommersemester 2013
Ingo Blechschmidt
Robert Gelb

Übungsblatt 1 zur Algebra I

Abgabe bis 23. April 2013, 12:00 Uhr

Aufgabe 1. *Lösungskriterium*

Sei eine normierte Polynomgleichung mit ganzzahligen Koeffizienten der Form

$$X^n + a_{n-1}X^{n-1} + \cdots + a_1 X + a_0 = 0$$

gegeben. Zeige, dass jede ganzzahlige Lösung ein Teiler von a_0 sein muss.

Aufgabe 2. *Polynomgleichungen ungeraden Grads*

Zeige, dass jede normierte Polynomgleichung ungeraden Grads mit rationalen Koeffizienten eine Lösung in den reellen Zahlen besitzt.

Aufgabe 3. *Beispiele für Polynomgleichungen*

Finde eine normierte Polynomgleichung mit *rationalen* Koeffizienten…

a) vierten Grads, welche in den reellen Zahlen keine Lösung besitzt.

b) fünften Grads, welche als einzige komplexe Lösung die Zahl 1 besitzt.

c) die $\sqrt[7]{3 + \sqrt[3]{4}}$ als eine Lösung besitzt.

d) die $\cos 15°$ als eine Lösung besitzt.

Aufgabe 4. *Calabis Dreieck*

Neben dem gleichseitigen Dreieck gibt es nur ein Dreieck, das folgende erstaunliche Eigenschaft hat: Das größte einbeschreibbare Quadrat lässt sich auf drei verschiedene Arten einbeschreiben. Dieses zweite Dreieck hat Eugenio Calabi (1923–, italienisch-amerikanischer Mathematiker) gefunden und ist gleichschenklig.

Zeige, dass das Längenverhältnis der längsten zu einer der kürzeren Seiten die Gleichung

$$2X^3 - 2X^2 - 3X + 2 = 0$$

erfüllt.