

## Übungsblatt 0 zur Algebra II

Präsenzblatt, Besprechung in der ersten Übung, keine Abgabe

Willkommen zur *Algebra II* im Wintersemester 2013/2014!

Die Übungen beginnen in der ersten Woche am 17. Oktober. In der ersten Übung besprechen wir dieses Präsenzblatt, dessen Lösung nicht abgegeben werden muss. Eine Anmeldung zu den Übungen ist nicht erforderlich.

Übungsblatt 1 ist dann schriftlich zu bearbeiten und bis zum 22. Oktober im üblichen Briefkasten abzugeben. Euch allen ist das Pamphlet <http://xr1.us/uebungsblatt> zur Bedeutung von Übungsblättern bekannt.

### Aufgabe 1. Grundlagen

- a) Gibt es auf der Menge der rationalen Zahlen eine Gruppenstruktur mit der gewöhnlichen Multiplikation als Gruppenverknüpfung?
- b) Finde zwei quadratische Matrizen  $A, B$  gleicher Größe mit  $A \cdot B \neq B \cdot A$ .

*Bonusaufgabe:* Finde  $A$  und  $B$  so, dass zusätzlich  $A, B \neq 0$ , aber  $A \cdot B = 0$ .

### Aufgabe 2. Rechnen in Gruppen

Sei  $G$  eine Gruppe.

- a) Sei  $e \in G$  ein Element mit  $e \cdot g = g$  für alle  $g \in G$ . Zeige, dass  $e = 1$ .
- b) Seien  $a, b, g \in G$ . Zeige:  $a = b \iff g \cdot a = g \cdot b$ .
- c) Seien  $a, b \in G$ . Zeige, dass es genau ein Gruppenelement  $x \in G$  mit  $a \cdot x = b$  gibt.

### Aufgabe 3. Ein Kriterium für Kommutativität

- a) Sei  $G$  eine Gruppe mit  $g^2 = 1$  für jedes  $g \in G$ . Zeige, dass  $G$  abelsch ist.
- b) Finde ein Beispiel für Gruppe, die abelsch ist, aber das Kriterium aus a) nicht erfüllt.

### Aufgabe 4. Konjugation als Isomorphismus

Sei  $x$  ein festes Element einer Gruppe  $G$ . Zeige, dass die Abbildung  $G \rightarrow G, g \mapsto xgx^{-1}$ , die *Konjugation mit  $x$* , ein Gruppenisomorphismus ist.