Behauptung. *Die einzige Abbildung*

$$f\colon V \times V \longrightarrow W,$$

die sowohl linear als auch bilinear ist, ist die Nullabbildung.

Beweis. Sei f also eine solche Abbildung. Dann gilt für alle $x, y \in V$ die Rechnung

$$f(x,y) = f(x+0, 0+y) = f((x,0)+(0,y)) = f(x,0) + f(0,y) = 0+0 = 0,$$

wobei der zweite Schritt nach Definition der Addition in $V \times V$, der dritte Schritt wegen der Linearität von f und der vierte Schritt wegen der Bilinearität von f möglich ist. □